

Alternative Risk Premia

Lin Cécile 22200215
Gensicke Ben-Bruno 22205565 (*Erasmus*)
Multari Matteo 22205573 (*Erasmus*)
Venturini Agnese 22205594 (*Erasmus*)

M1 Finance - Année 2023

Table des matières

| | | |
|----------|--|----------|
| 1 | Introduction | 2 |
| 2 | Régression Fama-MacBeth (1973) | 2 |
| 2.1 | Rappel - CAPM | 2 |
| 2.2 | Modèle - Résultat | 3 |
| 2.3 | T-test | 3 |
| 3 | Taux de rentabilité espérés des portefeuilles | 5 |
| 3.1 | Résultat - Analyse | 5 |
| 3.2 | Représentation graphique | 6 |
| 4 | Question | 8 |
| 4.1 | Pourquoi les tests sont-ils réalisés sur des portefeuilles plutôt que directement sur les actifs individuels? | 8 |
| 4.2 | Pourquoi forme-t-on 5×5 portefeuilles pour mettre en évidence une éventuelle rémunération du risque spécifique? | 9 |

1 Introduction

L'objectif de ce projet est de tester si, contrairement aux prédictions du CAPM, le risque spécifique (ou idiosyncrasique) est rémunéré à l'équilibre.

Nous aurons accès à deux fichiers extraite de la base de données CRSP et du site de Kenneth French :

- Le fichier de la base CRSP contient les taux de rentabilité mensuels de l'ensemble des titres cotés aux Etats-Unis sur la période allant de janvier 2000 à décembre 2022. Nous utiliserons uniquement les rentabilité des actions ordinaires, i.e. celle dont la valeur du champ SHRCD (share code) est égale à 10 ou 11. La structure des données est la suivante :
 - PERMNO : identifiant CRSP d'une action
 - date : format aaaa-mm-jj
 - SHRCD : code du type du titre (10 ou 11 pour les actions ordinaires)
 - RET : taux de rentabilité mensuel de l'action
 - vwretd : taux de rentabilité de l'indice pondéré par les capitalisations, calculé à partir de toutes les actions ordinaires recensées dans la base CRSP. Ce portefeuille est assimilable au portefeuille de marché.
- Le fichier du site de Kenneth French continent le donnée mensuel des facteurs Fama-French. La structure de ce fichier est la suivante :
 - YearMonth : date au format yyymm
 - Mkt-RF : taux de rentabilité du portefeuille de marché en excès du taux sans risque
 - SMB : valeur du facteur SMB
 - HML : valeur du facteur HML
 - RF : valeur du taux sans risque, en base mensuelle

La mise en évidence d'une éventuelle rémunération du risque spécifique sera réalisée en utilisant deux approches différentes :

- La régression Fama-MacBeth (1973) des taux de rentabilité espérés sur les valeurs de β et de risque spécifique de 25 portefeuilles constitués à partir des quintiles de β et de risque spécifique.
- Le calcul des taux de rentabilité espérés des 25 portefeuilles sur l'année qui suit leur constitution.

2 Régression Fama-MacBeth (1973)

2.1 Rappel - CAPM

Nous avons le modèle du CAPM :

$$\mathbb{E}(r_i) = r_f + \beta_i \times (\mathbb{E}(r_m) - r_f)$$

Deux implications du CAPM :

- Tout actif possède une espérance de rentabilité qui est une fonction linéaire de son β .

- Les valeurs de β sont suffisantes pour décrire la distribution en coupe transversale des taux de rentabilité espérés.

2.2 Modèle - Résultat

Afin de mettre en évidence d'une éventuelle rémunération du risque spécifique ou de confirmer les implications du CAPM. Nous allons tester le modèle suivant :

$$\mathbb{E}(r_i) = r_f + \gamma_{1,i} \times \beta_i + \gamma_{2,i} \times risk_{spcifique,i}$$

$$\iff$$

$$\mathbb{E}(r_i) - r_f = \gamma_{1,i} \times \beta_i + \gamma_{2,i} \times risk_{spcifique,i}$$

- r_i = taux de rentabilité mensuel du portefeuille i
- r_m = taux de rentabilité mensuel du marché
- r_f = taux sans risque
- β_i = risque de marché du portefeuille i
- $risk_{spcifique,i}$ = risque spécifique du portefeuille i

Nous obtenons les résultats suivants :

| | gamma_systematic_risk | gamma_idiosyncratic_risk | intercept |
|------------------|------------------------------|---------------------------------|------------------|
| YearMonth | | | |
| 200601 | 0.019060 | 0.508073 | -0.003327 |
| 200602 | -0.003192 | 0.115621 | -0.003213 |
| 200603 | -0.004803 | 0.424609 | 0.008080 |
| 200604 | 0.004292 | 0.022445 | 0.000822 |
| 200605 | -0.043816 | 0.086464 | 0.006865 |
| ... | ... | ... | ... |
| 202208 | -0.017389 | 0.261168 | -0.031956 |
| 202209 | -0.050605 | -0.118781 | -0.029280 |
| 202210 | 0.056642 | -0.189543 | 0.060197 |
| 202211 | 0.018201 | -0.360096 | 0.063069 |
| 202212 | -0.037170 | -0.059195 | -0.003922 |

204 rows × 3 columns

2.3 T-test

Etudions ces résultats avec un test de student qui est un test de significativité, nous cherchons à savoir si les estimateurs sont significativement différents de 0 ou non.

Hypothèse du test :

$$\begin{cases} H_0 : \text{estimateur} = 0 \\ H_a : \text{estimateur} \neq 0 \end{cases}$$

\Leftrightarrow

$$\begin{cases} H_0 : \text{Les estimateurs ne sont pas significativement différents de 0.} \\ H_a : \text{Les estimateurs sont significativement différents de 0.} \end{cases}$$

\Leftrightarrow

$$\begin{cases} H_0 : \text{La variable explicative associée à l'estimateur n'influence pas} \\ \quad \text{la variable expliquée du modèle.} \\ H_a : \text{La variable explicative associée à l'estimateur influence bien} \\ \quad \text{la variable expliquée du modèle.} \end{cases}$$

Et

- Niveau de confiance = 5%

Statistique de test :

$$Z = \sqrt{n} \times \frac{\bar{X} - 0}{\sigma}$$

- X = estimateur, ici ce sont les gammas
- σ = écart type des gammas
- n = nombre d'observation, ici c'est le nombre de mois contenu dans la période de test

Nous avons la règle suivante :

- Si $t - stat > 1.96$ alors nous rejetons H_0
- Si $t - stat < 1.96$ alors nous ne rejetons pas H_0

Par le calcul de la statistique de student pour chacun des estimateurs, nous obtenons les valeurs suivantes :

| | gamma_systematic_risk | gamma_idiosyncratic_risk |
|----------------|------------------------------|---------------------------------|
| Moyenne | 0.001545 | 0.059290 |
| t-stat | 0.427134 | 2.453488 |

Nous pouvons voir que les statistiques pour le risque de marché et le risque spécifique sont respectivement de 0.427134 et de 2.453488. Sachant que la valeur critique est de 1.96. Alors,

- pour le risque de marché :
 - Nous avons $0.427134 < 1.96$ donc nous ne rejetons pas H_0 . L'estimateur correspondant au risque de marché n'est donc pas significativement différent de 0.

- Autrement dit, le risque de marché n'impacte pas significativement le taux de rentabilité mensuel d'une entreprise.
- pour le risque spécifique :
 - Nous avons $2.453488 > 1.96$ donc nous rejetons H_0 . L'estimateur correspondant au risque spécifique est significativement différent de 0.
 - Donc le risque de marché influence bien le taux de rentabilité mensuel d'une entreprise.

Nous remarquons également que :

- La prime de risque mensuel du marché estimée est de 0.001545, soit 15.45 points de base par mois.
- La prime de risque mensuel spécifique à l'entreprise est estimée à 0.059290, soit 592.90 points de base par mois.

La prime de risque spécifique est bien plus importante que celle du risque systématique. Cela met à nouveau en évidence le fait que le risque spécifique joue un rôle prépondérant dans la rémunération d'un titre.

3 Taux de rentabilité espérés des portefeuilles

Au cours de cette étude, nous avons construit cinq portefeuilles en se basant sur le niveau de bêta estimé des titres. À l'intérieur de ces cinq portefeuilles, nous formons à nouveau cinq portefeuilles en fonction du niveau de risque spécifique des titres dans chacun des portefeuilles. Nous utiliserons l'analogie portefeuille mère et fille pour illustrer cette formation 5x5 des portefeuilles :

- Les portefeuilles mère sont ceux formés à partir des bêtas.
- Les portefeuilles fille sont ceux formés à partir des risques spécifiques contenu dans le portefeuille mère.

3.1 Résultat - Analyse

Grâce à notre méthode de formation des portefeuilles, i.e. une formation de 5 portefeuilles selon le niveau des bêtas puis une seconde formation dans ces 5 portefeuilles selon le niveau de risque spécifique, nous obtenons le tableau suivant :

| Taux de rentabilité mensuel moyen de chaque portefeuille sur la période | | | | | |
|---|-----------|----------|----------|----------|----------|
| risque spécifique | q1_faible | q2 | q3 | q4 | q5_élevé |
| beta | | | | | |
| q1_faible | 0.008317 | 0.010016 | 0.009058 | 0.011593 | 0.021690 |
| q2 | 0.008768 | 0.009973 | 0.010101 | 0.008356 | 0.013489 |
| q3 | 0.009377 | 0.009063 | 0.009589 | 0.010652 | 0.012725 |
| q4 | 0.010551 | 0.009473 | 0.010425 | 0.012830 | 0.016321 |
| q5_élevé | 0.011078 | 0.010992 | 0.012202 | 0.015217 | 0.015172 |

Lecture du tableau : Le portefeuille (q1_faible,q3) représente un portefeuille composé de titre ayant une faible valeur de bêta estimé et un niveau de risque spécifique se trouvant dans le 3e quintile, i.e. un niveau de risque se situant entre le 40ème et le 60ème percentile des niveaux de risque des titres du portefeuille mère à faible bêta. Le taux de rentabilité de ce portefeuille fille est de 0.009058.

Dans le tableau ci-dessus, nous retrouvons le taux de rentabilité mensuel moyen de chacun de nos 25 portefeuilles fille. Le long des colonnes, les bêtas des portefeuilles augmentent, tandis que le long des lignes, le risque spécifique augmente. Nous constatons des cas où - à niveau de risque spécifique équivalent - un bêta plus important n'implique pas un taux de rentabilité plus important.

Certains portefeuilles avec un bêta faible semblent avoir un taux de rentabilité moyen plus élevée par rapport aux portefeuilles à bêta élevé. L'exemple le plus évident est le portefeuille (bêta, risque) = (q1_faible, q5_élevé) avec un taux de rentabilité moyen mensuel de 0.021690, qu'on peut comparer au portefeuille (q5_élevé,q5_élevé) qui a un taux de rentabilité de 0.015172. Selon le CAPM, avec un bêta plus important, le portefeuille (q5_élevé,q5_élevé) devrait avoir un taux de rentabilité plus important, or ce n'est pas le cas. Néanmoins, si nous admettons que ce portefeuille (q1_faible, q5_élevé) peut possiblement contenir des titres avec une erreur d'estimation de leurs bêtas ; il existe tout de même d'autre portefeuille présentant également ce phénomène.

L'existence de ces autres portefeuilles présentant ce même phénomène - bien que moins marquer, tel que le portefeuille (q2,q5_élevé) comparé au portefeuille (q3,q1_faible) - indique que le phénomène ne se limite pas à un seul portefeuille. Donc le taux de rentabilité du portefeuille (q1_faible, q5_élevé) est potentiellement dû à un facteur autre qu'une éventuelle erreur d'estimation du bêta. Cela suggère que le taux de rentabilité pourrait dépendre d'un ou plusieurs autres facteurs que le risque de marché : ici le risque idiosyncratique.

Remarquons que ces résultats sont en adéquation avec les résultats du test de student qui a permis de mettre en évidence une relation significative entre le risque spécifique et les taux de rentabilité.

3.2 Représentation graphique

En examinant le risque spécifique, nous pouvons observer un lien entre ce risque et les taux de rentabilité moyens. Bien que les taux de rentabilité observés peuvent parfois décroître entre certains portefeuilles au risque idiosyncratique proche et à valeur de bêta équivalente, la comparaison entre les portefeuilles filles à risque spécifique faible et à risque spécifique élevé - portefeuilles filles issues d'un même portefeuille mère, i.e. à bêta équivalent - nous indique que l'évolution du taux de rentabilité en fonction du risque spécifique est positive.

En effet, nous pouvons voir que pour un niveau de bêta donné, le taux de rentabilité du portefeuille à risque idiosyncratique élevé est plus important que celui du portefeuille à risque idiosyncratique faible. Les exemples les plus flagrants sont les portefeuilles issus de bêta se trouvant dans le premier quintile q1_faible et ceux issue de bêta se trouvant dans le quatrième quintile q4.

- Le portefeuille (q1_faible , q5_élevé) a un taux de rentabilité supérieur de 0.013373 point par rapport au taux de rentabilité du portefeuille (q1_faible , q1_faible).
- Le portefeuille (q4 , q5_élevé) a un taux de rentabilité supérieur de 0.00577 point par rapport au taux de rentabilité du portefeuille (q4 , q1_faible).

Ceci est contraire à l'attente basée sur le CAPM selon laquelle le risque spécifique diversifiable ne devrait pas contribuer au taux de rentabilité d'un titre.

Nous pouvons également constater l'impact du risque spécifique sur la figure suivante :

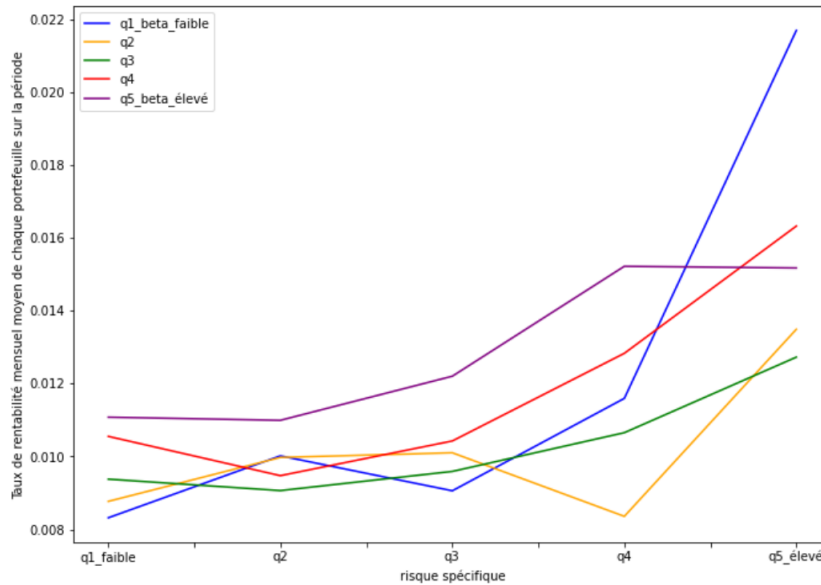


FIGURE 1 – Evolution des taux de rentabilité de portefeuille avec même bêta en fonction du risque spécifique

En observant le graphique, nous pouvons voir que les taux de rentabilité sont globalement corrélés positivement au risque spécifique. Remarquons également que si le risque de marché était l'unique facteur explicatif du taux de rentabilité d'un titre ou d'un portefeuille, nous devrions nous retrouver avec des courbes disjointes, ne s'intersectant à aucun moment, quel que soit le niveau de risque spécifique. En effet, puisque les courbes représentent des niveaux de bêta différent, si seul le risque de marché influençait les taux de rentabilité, alors elles ne devraient pas s'intersecter. Or, ce n'est pas le cas.

En conclusion, nos observations contredisent le CAPM. Nous n'avons pas été en mesure de confirmer que seul le risque de marché représenté par le bêta influe sur les taux de rentabilité. Au contraire, nous avons observé que le risque spécifique avait également un rôle dans le niveau du taux de rentabilité.

4 Question

4.1 Pourquoi les tests sont-ils réalisés sur des portefeuilles plutôt que directement sur les actifs individuels ?

Un portefeuille est une combinaison d'actif qui représente l'ensemble des investissements choisis. Les portefeuilles ont différents avantages, nous pouvons par exemple citer l'effet de diversification ou encore avoir une mesure agrégée des performances individuelles et de leur interaction, etc. Ces avantages ont un impact direct sur le choix de réaliser des tests sur des portefeuilles plutôt que sur des actifs individuels.

L'une des raisons de la réalisation de test sur des portefeuilles plutôt que sur des actifs individuels est la minimisation d'erreur de mesure. En effet, lors de nos régressions, nous pouvons surestimer et sous-estimer les différents paramètres ; néanmoins, un ensemble d'erreurs de surestimation et sous-estimation peut se compenser afin de se ramener à une erreur globalement nulle.

De manière générale, l'utilisation de portefeuille pour la réalisation de test permet également de représenter le marché de manière plus réaliste et de refléter plus précisément les tendances du marché. Ainsi, nous pouvons obtenir des résultats plus robustes et plus représentatifs de la réalité. Les tests basés sur des portefeuilles permettent alors une analyse des résultats à un niveau macroéconomique.

De plus, cela permet au résultat des test de prendre en compte les interactions entre différents actifs existant sur le marché qui peut influencer la performance du portefeuille. En effet, les investisseurs ont généralement le but de maximiser leurs rendements tout en diminuant leur risque, la diminution du risque se faisant notamment par la diversification ; tester des modèles sur des portefeuilles plutôt que sur des actifs individuels est permet au test d'être dans un contexte plus réaliste concernant le comportement des agents sur les marchés financiers. Donc nous avons une meilleure prise en compte des choix d'investissement des investisseurs, chose qui peut affecter les résultats d'un test.

Par ailleurs, dans le cadre d'une gestion active d'un portefeuille, en testant les modèles sur un portefeuille, nous pouvons alors évaluer l'efficacité de différentes stratégies et prendre de meilleures décisions sur les modifications à apporter au portefeuille afin de maximiser les rendements et de minimiser les risques. En effet, si nous décidons d'uniquement tester les actifs individuels, il est alors possible d'avoir un portefeuille contenant des actif à rendement potentiellement positif, mais ayant des corrélations contraires entre eux, affectant la performance globale du portefeuille.

Enfin, un critère économique peut également entrer en compte ; tester les modèles sur des actifs individuels peut être coûteux en termes de temps et de ressources.

4.2 Pourquoi forme-t-on 5×5 portefeuilles pour mettre en évidence une éventuelle rémunération du risque spécifique ?

Afin de mieux comprendre pourquoi l'approche 5×5 dans la construction de nos portefeuilles a été adoptée : nous allons commencer par souligner les principales différences entre le risque spécifique et le risque systématique.

Le risque spécifique, aussi appelé risque idiosyncratique, est un risque propre à un titre et est lié à une entreprise particulière. Par exemple, une entreprise d'énergie produisant de l'électricité et une entreprise bancaire n'ont pas le même risque idiosyncratique. Ce risque spécifique peut être maîtrisé grâce à une diversification appropriée.

Le risque systématique est lié aux conditions générales du marché. Ce risque peut fluctuer à la suite d'une récession économique, des événements géopolitiques comme une guerre, une variation des taux d'intérêt, etc. Cependant, ce type de risque ne peut pas être maîtrisé par l'effet de diversification.

Maintenant que la différence entre ces deux types de risque est nettement établie, nous pouvons expliquer l'avantage de formation 5×5 dans la construction de nos portefeuilles.

Lors de l'approche de Fama-Macbeth, nous avons obtenu 25 portefeuilles : 5 portefeuilles principaux formés selon les bêtas de chacun des titres et, dans chacun d'entre eux, 5 portefeuilles formés selon le risque spécifique lié à chaque titre. Le but de ce choix est dissocié l'impact du risque systématique - donné par le bêta - et l'impact du risque spécifique sur le niveau de taux de rentabilité de chaque portefeuille.

En effet, nous pouvons ainsi étudier des portefeuilles composés de titre à haut risque spécifique avec un niveau de risque systématique faible, puis ensuite comparer le taux de rentabilité de ce portefeuille avec le taux de rentabilité d'un autre portefeuille formé de titre à faible risque idiosyncratique et faible risque systématique. Si le risque spécifique n'est pas rémunérateur alors nous devrions avoir un taux de rentabilité très similaire entre ces deux portefeuilles qui sont tous deux exposés à un niveau faible de risque systématique.

Autrement dit, la formation de ces 5×5 portefeuilles vise à isoler l'effet du risque spécifique sur la rémunération d'un portefeuille. Grâce à cette approche 5×5 dans la construction de nos portefeuilles, nous pouvons ainsi distinguer la rémunération liée au risque systématique de celle liée au risque spécifique, et également observer comment différents portefeuilles ayant le même bêta, i.e. le même risque de marché estimé, sont différemment affectés par le risque spécifique. En effet, les différences en termes de rémunération de cinq portefeuilles ayant le même bêta seraient entièrement dues au risque spécifique.

Le résultat global de cette procédure consiste à topographier l'effet des différents risques sur la rémunération des portefeuilles, en isolant le risque spécifique du risque systématique.

Remarquons que cette distinction entre les effets du risque systématique par rapport à ceux du risque spécifique peut être un outil important en termes de stratégie de portefeuille. En fonction de l'appétence d'un investisseur pour le risque, nous pouvons décider

d'investir dans des titres plus rémunérateur et donc plus risqué - cela en ayant une compréhension précise de la partie du risque, i.e. systématique ou idiosyncratique, liée à cette rémunération.

Ainsi, selon l'évolution de la stratégie - avec une distinction nette des différences de risques - nous pourrions également procéder à une diversification du portefeuille pour diminuer le niveau d'exposition au risque spécifique en agissant sur le portefeuille de manière ciblée.